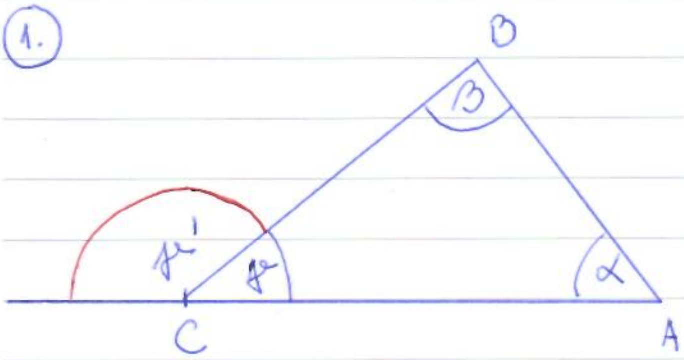
ROVINNÉ ÚTVARY

(1.)



$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
$\gamma + \gamma' = 180^\circ$

$180^\circ - \gamma' = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ = \gamma$

$\alpha + \beta + 54^\circ = 180^\circ \quad | -54^\circ$
$\alpha + \beta = 126^\circ$

γ ... vnitřní úhel
γ' ... vnější úhel

γ, γ' ... vedlejší úhly

$\alpha : \beta = 5 : 9$
α = 5 dílů
β = 9 dílů
14 dílů

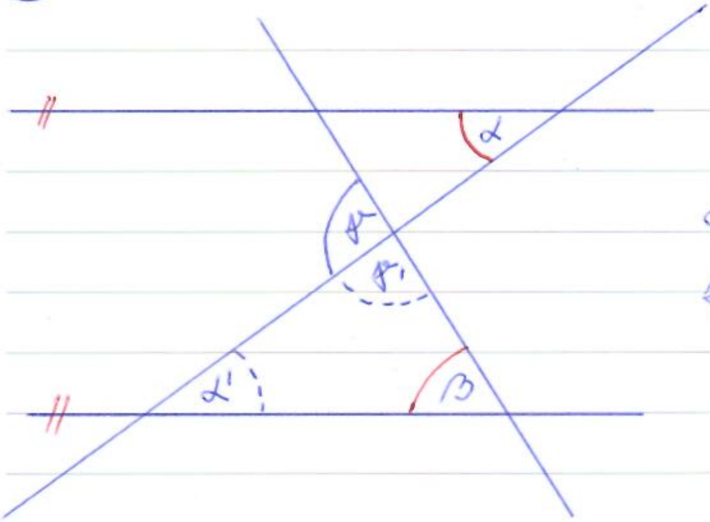
1 díl ... $126^\circ : 14 = 9^\circ$

$\alpha = 5 \cdot 9^\circ = 45^\circ$
$\beta = 9 \cdot 9^\circ = 81^\circ$

Zk.:
$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
$45^\circ + 81^\circ + 126^\circ = 180^\circ$

Velikosti vnitřních úhlů $\triangle ABC$ jsou $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 81^\circ$, $\gamma = 54^\circ$

(2)



$\alpha = 36^\circ$, $\beta = 63^\circ$

$\gamma = ?$

$\alpha = \alpha' = 36^\circ$ … úhly střídavé

$\gamma + \gamma' = 180^\circ$ … úhly vedlejší

$\alpha' + \beta + \gamma' = 180^\circ$

$36^\circ + 63^\circ + \gamma' = 180^\circ$

$\gamma' = 180^\circ - 99^\circ$

$\gamma' = 81^\circ$

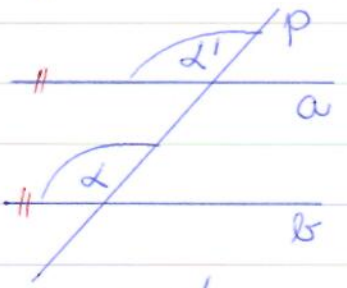
$\gamma = 180^\circ - \gamma'$

$\gamma = 180^\circ - 81^\circ$

$\gamma = 99^\circ$

Existuje více způsobů řešení!

Úhly souhlasné leží oba na téže straně příčky p a na týchž stranách přímek a, b.

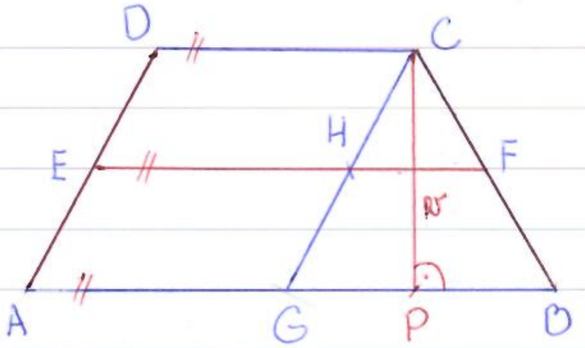


$\alpha = \alpha'$

Úhly střídavé leží na různé strany příčky p a na různých stranách přímek a, b.

$\beta = \beta'$

3.



$|AD| = |BC| = 5{,}2\ cm$

$|EF| = 7\ cm$

$|CP| = v = 4{,}8\ cm$

$|AB| = ?,\ |CD| = ?$ ... základny

trojúhelník BCP je pravoúhlý

platí: $|CB|^2 = |CP|^2 + |BP|^2$

$$|BP|^2 = |CB|^2 - |CP|^2$$
$$|BP|^2 = 5{,}2^2 - 4{,}8^2$$
$$|BP|^2 = 27{,}04 - 23{,}04$$
$$|BP|^2 = 4$$
$$|BP| = 2$$

$|BG| = 2 \cdot |BP| = 2 \cdot 2 = 4\ cm$

$|FH|$ je střední příčka $\triangle BCG$, tedy $|FH| = 2\ cm$

$|EH| = |EF| - |HF| = 7 - 2 = 5\ cm$

AGCD je rovnoběžník, proto $|EH| = |AG| = |DC| = \underline{5\ cm}$

$|AB| = |AG| + |GB| = 5 + 4 = \underline{9\ cm}$

Základny mají délky 9 cm a 5 cm.

4. 

Délky stran obdélníku označme a, b

Obvod obdélníku ...... $o = 2\cdot(a+b)$
Obsah obdélníku .... $S = a\cdot b$

ze zadání plyne $b = a+3$

Platí:

$$30\,cm = 2\cdot(a+b)$$
$$30 = 2\cdot(a+a+3)$$
$$30 = 2\cdot(2a+3)$$
$$30 = 4a+6 \quad |-6$$
$$24 = 4a \quad |:4$$
$$6 = a$$

$$b = a+3 = 6+3 = 9\,cm$$

$$S = a\cdot b = 6\cdot 9 = 54\,cm^2$$

Rozměry obdélníku jsou 6 cm a 9 cm.
Obsah obdélníku je $54\,cm^2$.

5. $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

180° máme rozdělit na 10 dílků $(2+3+5)$, přitom největšímu úhlu odpovídá 5 dílků (zbývající dva úhly jsou ostré), tedy polovina ze 180°, tj. 90°.

Daný trojúhelník je pravoúhlý.

Ověření výpočtem, jeden dílek = x

$\alpha = 2$ dílky $= 2x$

$\beta = 3$ dílky $= 3x$

$\gamma = 5$ dílků $5x$

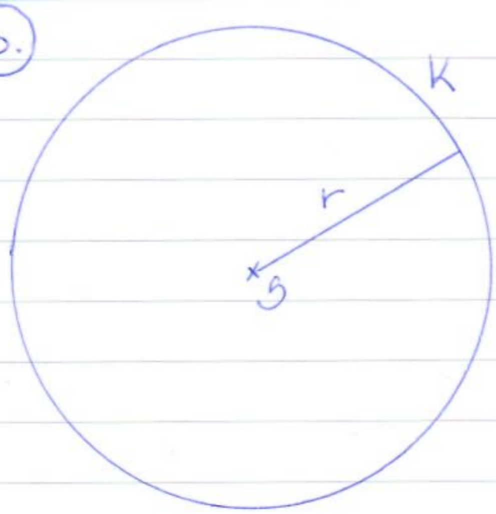
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$
$$2x + 3x + 5x = 180^\circ$$
$$10x = 180^\circ$$
$$x = 18^\circ$$

Zk.: $L = 2 \cdot 18^\circ + 3 \cdot 18^\circ + 5 \cdot 18^\circ = 36^\circ + 54^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$P = 180^\circ$

$L = P$

6.



$k = (S; r)$

$o = 2\pi r = 1\,m$

$S = \pi r^2 = ?\ (m^2)$

$r = ?$

K ... kruh

S ... střed kruhu

r ... poloměr kruhu

Obvod:

$1 = 2\pi r$

$\frac{1}{2\pi} = r$

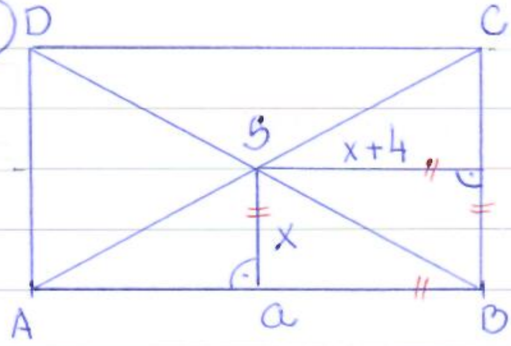
$r = 0{,}1591887 \doteq 0{,}16\ m$

Obsah:

$S = \pi \cdot (0{,}16)^2 = \pi \cdot 0{,}0256$

$S = 0{,}0804247 \doteq 0{,}08\ m^2 = \underline{\underline{8\ dm^2}}$

Obsah kruhu, jehož obvod je 1m, je přibližně 8dm².

7. 

Vzdálenost středu obdélníku od delší strany označíme x, od kratší strany označíme $x+4$.

Obvod:

$o = 2\cdot(a+b) = 56\,cm$

$a = 2\cdot(x+4)$

$b = 2\cdot x$

$|AC| = |BD|$

AC, BD ... úhlopříčky

S ... průsečík úhlopříček
∴ střed obdélníku

$S \in AC \cap BD$

$o = 2\cdot[2\cdot(x+4)+2x]$

$56 = 2\cdot(2x+8+2x)$

$56 = 2\cdot(4x+8)$

$56 = 8x+16 \quad |-16$

$40 = 8x \quad |:8$

$\underline{5 = x}$

$a = 2\cdot(x+4) = 2\cdot(5+4) = 2\cdot 9 = \underline{18\,cm}$

$b = 2\cdot x = 2\cdot 5 = \underline{10\,cm}$

Zk.: $L = 56$

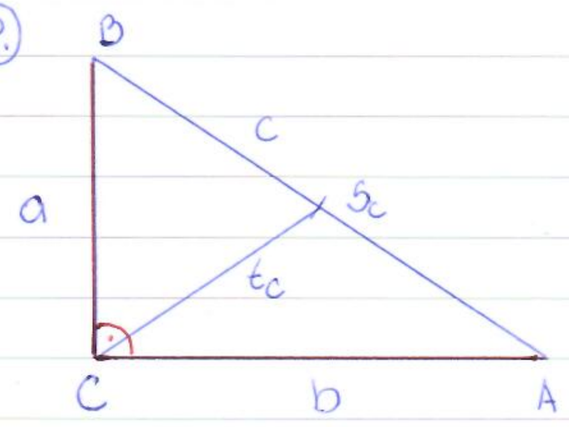
$P = 2\cdot(18+10) = 2\cdot 28 = 56$

$\underline{L = P}$

Obsah: $S = a\cdot b = 18\cdot 10 = \underline{180\,cm^2}$.

Obsah daného obdélníku je $180\,cm^2$

8.



$a = 10\,cm,\ b = 24\,cm$

$t_c = ?$

a, b ... odvěsny

c .... přepona

Těžnice je úsečka, jejímiž krajními body jsou vrchol trojúhelníka (např. C) a střed protější strany (S_c).

$t_c = CS_c$

Pomocí Pythagorovy věty vypočítáme délku přepony c:

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 10^2 + 24^2$

$c^2 = 100 + 576$

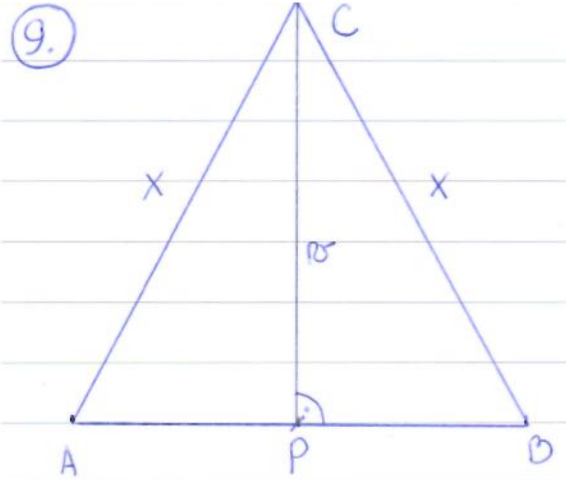
$c^2 = 676 \quad | \sqrt{\ }$

$c = 26$

V pravoúhlém $\triangle ABC$ platí $t_c = \frac{c}{2}$.

$t_c = \frac{26}{2} = 13\,cm$

9.



AB ... základňa

$|AC| = |BC|$

AC, BC ... ramená

Dĺžku ramena označíme x.
Dĺžka základne je 75% x, tj. $\frac{3}{4}x$.

Obvod:

$$o = |AB| + |BC| + |AC|$$
$$22 = \frac{3}{4}x + x + x$$
$$22 = \frac{3}{4}x + 2x \quad | \cdot 4$$
$$88 = 3x + 8x$$
$$11x = 88$$
$$x = 8\ \text{cm}$$ dĺžka ramena

v ... výška trojuholníka

$$|AP| = \frac{|AB|}{2}$$

dĺžka základne: $\frac{3}{4}x = \frac{3}{\cancel{4}_1} \cdot \cancel{8}^2 = 3 \cdot 2 = 6\ \text{cm}$

Obsah

$$S = \frac{|AB| \cdot v}{2}$$

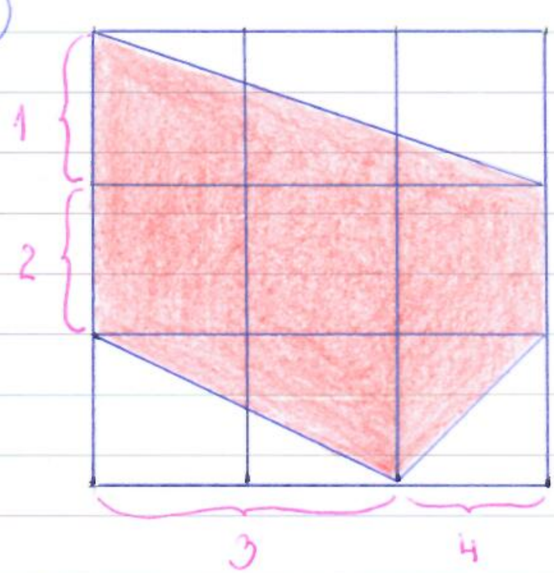
v: vypočítame z pravouhlého $\triangle APC$:

$$v^2 = x^2 - |AP|^2$$
$$v^2 = 8^2 - 3^2$$
$$v^2 = 64 - 9$$
$$v^2 = 55 \quad | \sqrt{\ }$$
$$v = 7{,}4161985 \doteq 7{,}4$$

$$S = \frac{6 \cdot 7{,}4}{2}$$
$$S = 3 \cdot 7{,}4$$
$$S = 22{,}2\ \text{cm}^2$$

Obsah rovnoramenného trojuholníka je približne $22\ \text{cm}^2$.

10.



Jednotková délka je délka strany malého čtverečku.

Obsah čtverce: $3 \times 3 = \underline{\underline{9}}$

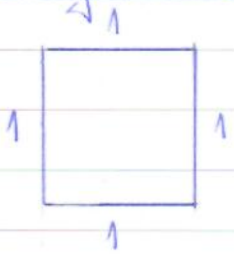
Obsah vyšrafované části

$$\overset{1}{\frac{1}{2}\cdot 3} + \overset{2}{3} + \overset{3}{\frac{1}{2}\cdot 2} + \overset{4}{\frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{3}{2} + 3 + 1 + \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{4}{2} + 4 = 2 + 4 = \underline{\underline{6}}$$

malý čtvereček



Poměr obsahů: $\dfrac{\text{obsah vyšrafované části}}{\text{obsah čtverce}}$

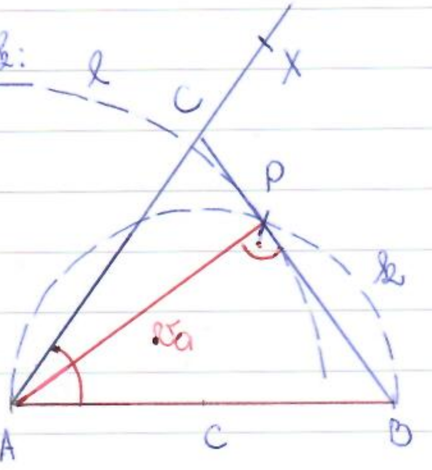
$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Vyšrafovány jsou $\frac{2}{3}$ čtverce.

KONSTRUKČNÍ ÚLOHY A ZOBRAZENÍ

① $\triangle ABC$, $|AB| = c = 6\text{ cm}$, $v_a = 5\text{ cm}$, $|\sphericalangle CAB| = \alpha = 45°$

1. Náčrtek:



2. Rozbor:

Sestrojíme úsečku AB,
pak pomocný pravoúhlý $\triangle ABP$,
pak $\triangle ABC$. Neznámé body P, C.

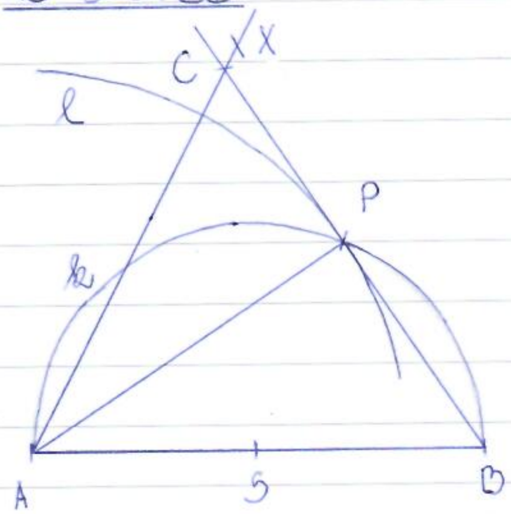
Bod P leží:
a) na Thaletově kružnici k s průměrem AB
b) na kružnici $l(A; r = v_a)$

Bod C leží
a) na rameni AX úhlu $BAX = \alpha$
b) na polopřímce BP

3. Zápis konstrukce:

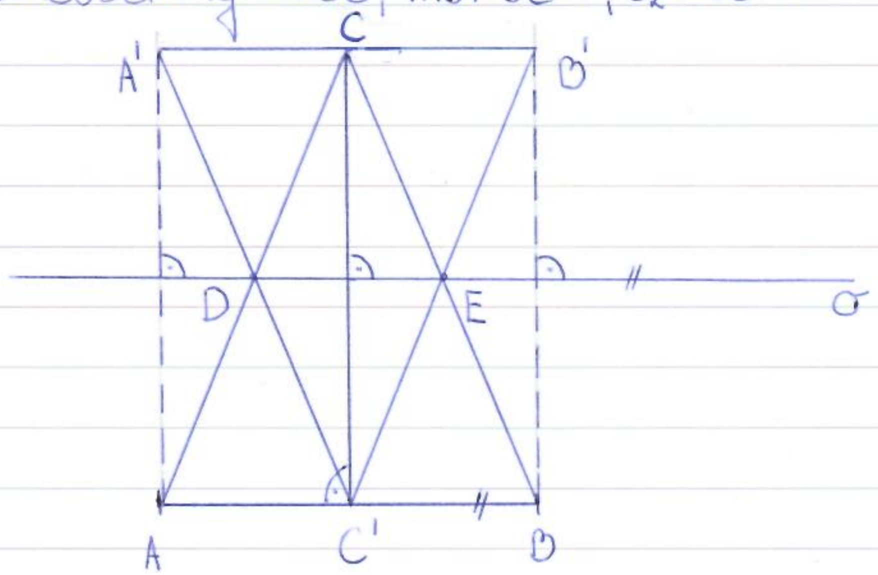
1. $AB; |AB| = c = 6\text{cm}$
2. $Tk; Tk(S; r = \frac{AB}{2} = 3\text{cm})$
3. $l; l(A; r = 5\text{cm} = v_a)$
4. $P; P \in Tk \cap l$
5. $\sphericalangle BAX; |\sphericalangle BAX| = \alpha = 45°$
6. $\mapsto BP$
7. $C; C \in \overrightarrow{AX} \cap \overrightarrow{BP}$
8. $\triangle ABC$

4. Konstrukce:



5. Úloha má jediné řešení.

2. Rovnostranný $\triangle ABC$, $|AB| = 5\,cm$, $v_c = 6\,cm$.



a) b) viz obrázek

$O(\sigma): \triangle ABC \longrightarrow \triangle A'B'C'$ osová souměrnost

c) CDC'E je kosočtverec

$e = |DE|$, $f = |CC'|$ jsou úhlopříčky v kosočtverci

$S = \frac{e \cdot f}{2}$ $e = \frac{1}{2}|AB| = 2{,}5\,cm$; $f = v_c = 6\,cm$

$S = \frac{2{,}5 \cdot 6}{2} = 2{,}5 \cdot 3 = 7{,}5\,cm^2$

d) ABB'C je pravoúhlý lichoběžník

$o = |AB| + |BB'| + |B'C| + |AC| = 5 + 6 + 2{,}5 + |AC| = 13{,}5 + |AC|$

$|AC|$ vypočítáme z pravoúhlého $\triangle AC'C$

$|AC|^2 = |AC'|^2 + |C'C|^2$

$|AC|^2 = 2{,}5^2 + 6^2$

$|AC|^2 = 6{,}25 + 36 = 42{,}25 \quad |\sqrt{\ }$

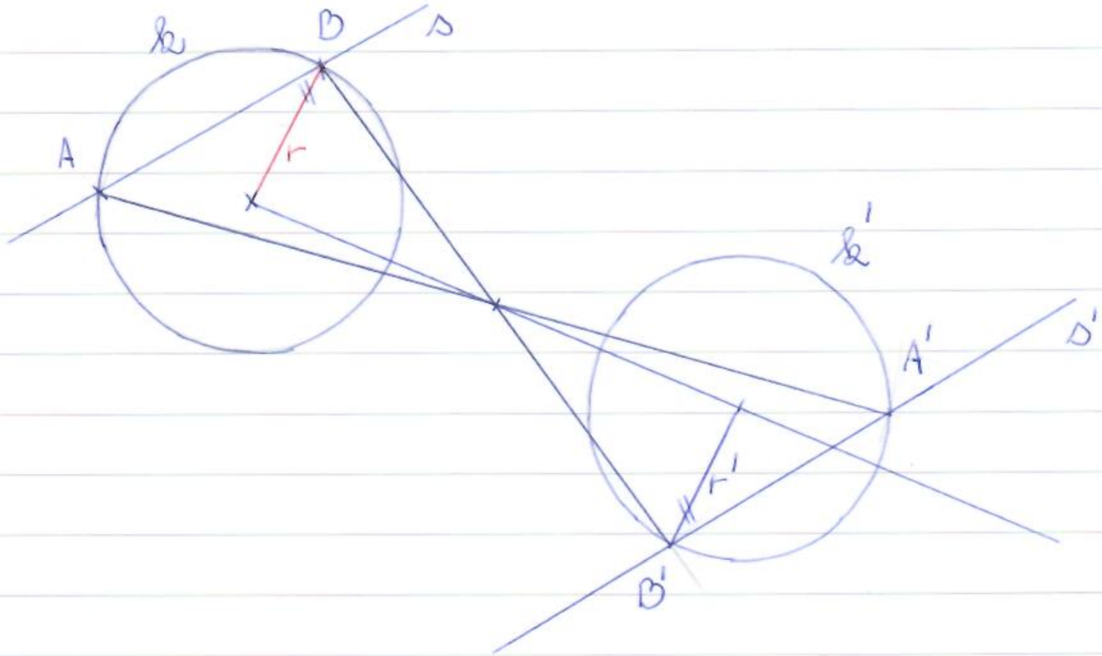
$|AC| = 6{,}5\,cm$

$o = 13{,}5 + 6{,}5$

$o = 20\,cm$

③ $k(S; r = 2\,cm)$, s … sečna, $|AS| = 3{,}5\,cm$

$S(A): k \to k'$ středová souměrnost



④ Měřítko

např. 1 : 50 000

Jeden centimetr na mapě (plánu) je ve skutečnosti 50 000 cm = = 500 m = 0,5 km.

1 : 2500

Na plánu	Ve skutečnosti
30 cm	$30 \cdot 2500 = 75\,000\,cm = 750\,m$
4 cm	$4 \cdot 2500 = 10\,000\,cm = 100\,m$

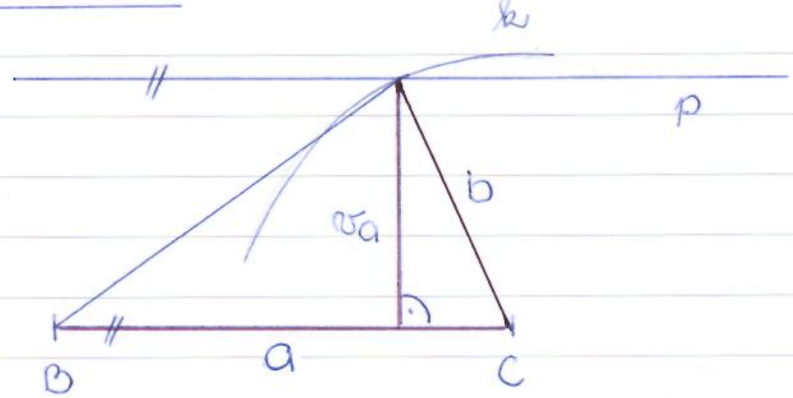
Obsah pole: $S = 750\,m \cdot 100\,m = 75\,000\,m^2 = 7{,}5\,ha.$

$10\,000\,m^2 = 1\,ha$

Výměra pole je 7,5 hektarů

(5.) Trojúhelník: $|BC| = a = 4{,}5\,cm$, $|AC| = b = 3{,}5\,cm$, $v_a = 3\,cm$.

1. Náčrtek:



2. Rozbor:

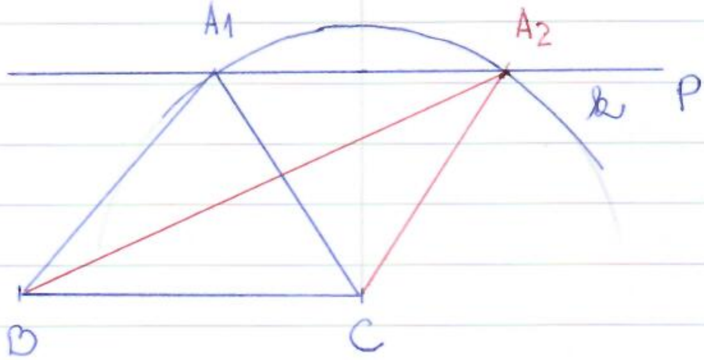
Sestrojíme úsečku BC.
Neznámý je bod A.
Bod A leží:
a) na přímce p ∥ BC ve vzdálenosti $v_a = 3\,cm$ od úsečky BC
b) na kružnici $k(C; r = b)$

$A \in p \cap k$

3. Zápis konstrukce:

1. $BC;\ |BC| = 4{,}5\,cm$
2. $p;\ p \parallel BC$ ve vzdálenosti $v_a = 3\,cm$
3. $k;\ k(C; 3{,}5\,cm)$
4. $A;\ A \in p \cap k$
5. $\triangle ABC$

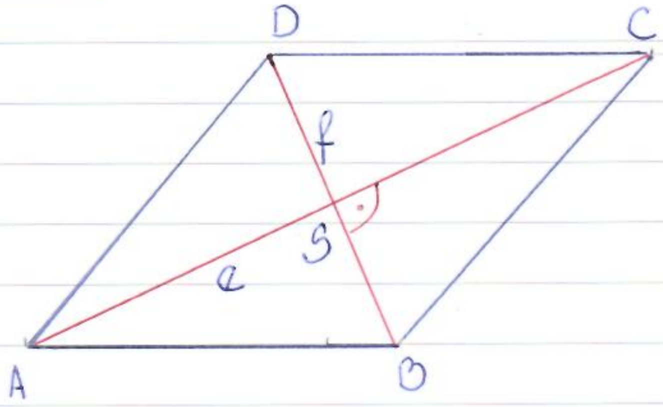
4. Konstrukce



Oba trojúhelníky splňují podmínky zadání.
Úloha má 2 řešení.

⑥ Kosočtverec: úhlopříčky $e = 8cm$, $f = 6cm$

1. Náčrtek:



2. Rozbor:

Nejdříve sestrojíme úsečku AC.
$|AC| = e$.
Hledáme vrcholy B, D.
! Úhlopříčky kosočtverce jsou k sobě kolmé.
Body B, D leží na kolmici vedené středem S úsečky AC.
! Úhlopříčky kosočtverce se navzájem půlí:

$$|BS| = |SD| = \frac{f}{2}$$

Úloha má jedno řešení.

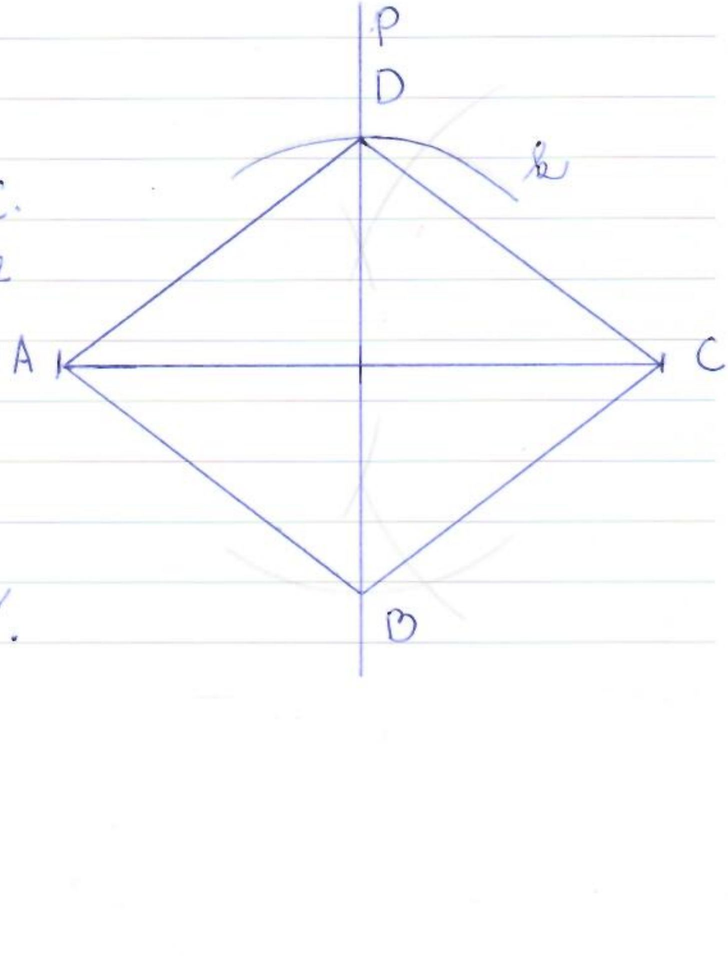
3. Zápis konstrukce:

1. $AC;\ |AC| = e$
2. $S;\ |AS| = |SC|$
3. $p;\ p \perp AC;\ S \in p$
4. $k;\ k\left(S;\ r = \frac{f}{2}\right)$
5. $B, D;\ k \cap p = \{B, D\}$

nebo (5. $B, D;\ \{B, D\} \in k \cap p$)

6. kosočtverec ABCD

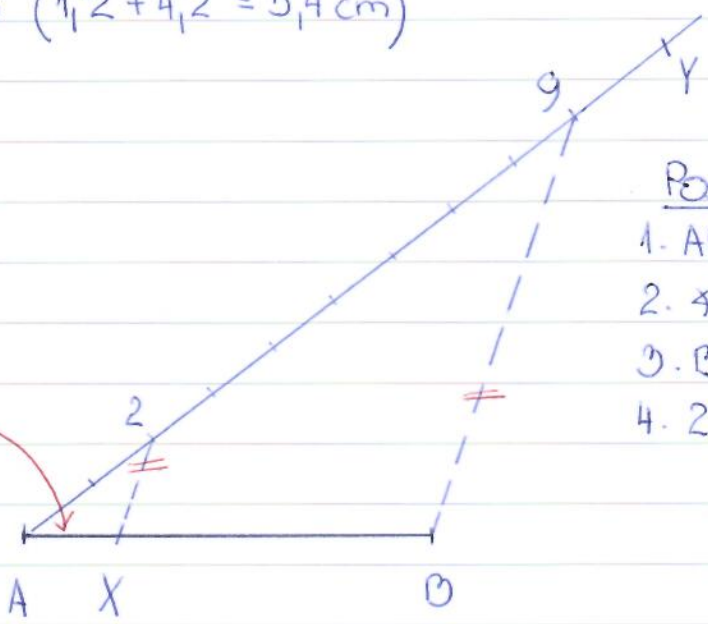
4. Konstrukce



(7.) Úsečku AB délky 5,4 cm máme rozdělit v poměru 2 : 7, to je na 9 dílů (2+7=9).

5,4 : 9 = 0,6 cm
1 díl . . . . . 0,6 cm
2 díly . . . . . 1,2 cm
7 dílů . . . . . 4,2 cm

Úsečku AB délky 5,4 cm rozdělíme na dvě úsečky délek 1,2 cm a 4,2 cm (1,2 + 4,2 = 5,4 cm)



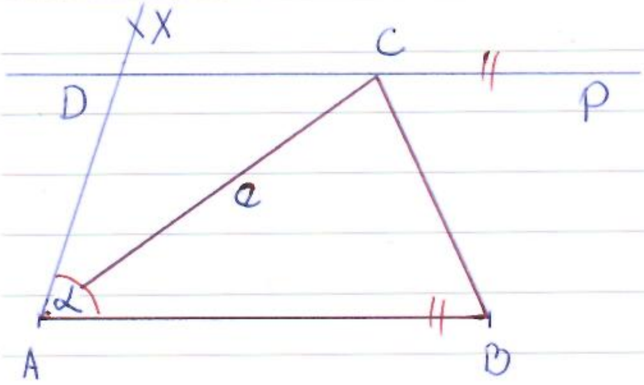
Redukční úhel (libovolný úhel ostrý)

Postup:
1. AB
2. ∢BAY
3. B9
4. 2X; B9 ∥ 2X

|AX| : |XB| = 2 : 7

⑧ Lichoběžník: $a = 5{,}8\,cm$, $\alpha = 60°$, $e = |AC| = 6\,cm$, $b = 4{,}6\,cm$

1. Náčrtek:



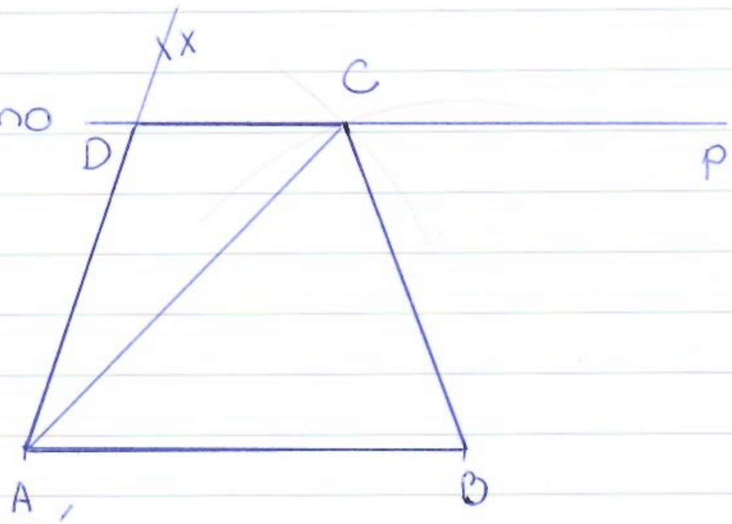
2. Rozbor:

Sestrojíme úsečku AB.
Hledáme vrcholy C, D.
Bod C je vrcholem △ABC, který sestrojíme pomocí věty sss. Platí trojúhelníková nerovnost!
Bod D leží na rovnoběžce s AB vedené bodem C a na polopřímce AX (rameno úhlu XAB).

3. Zápis konstrukce:

1. AB, $|AB| = 5{,}8\,cm$
2. △ABC, $|CB| = b = 4\,cm$, $|AC| = e = 6\,cm$. (Věta sss)
3. ∢BAX, $|∢BAX| = \alpha = 60°$
4. p; p ∥ AB, $C \in p$
5. D; $D \in p \cap \overrightarrow{AX}$
6. lichoběžník ABCD

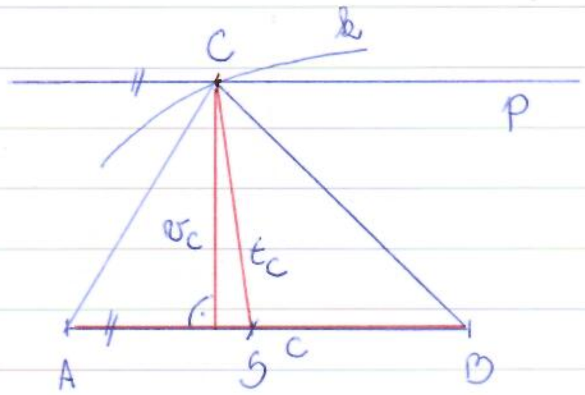
4. Konstrukce



Úloha má jedno řešení.

⑨ Trojúhelník ABC, $|AB| = c = 6cm$, $v_c = 3cm$, $t_c = 3{,}5cm$.

1. Náčrtek:



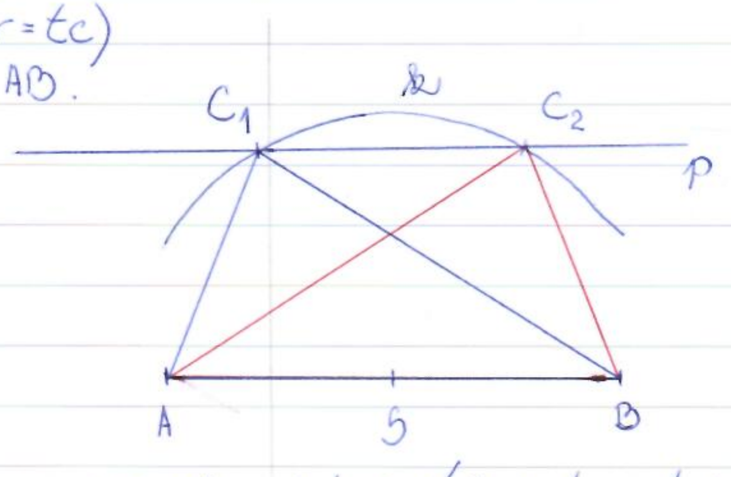
3. Zápis konstrukce:

1. $AB; |AB| = c$
2. $p; p \parallel AB$ ve vzdálenosti $v_c = 3cm$
3. $S; AS \cong SB$
4. $k; k(S; r = t_c)$
5. $C; C \in k \cap p$
6. $\triangle ABC$

2. Rozbor:

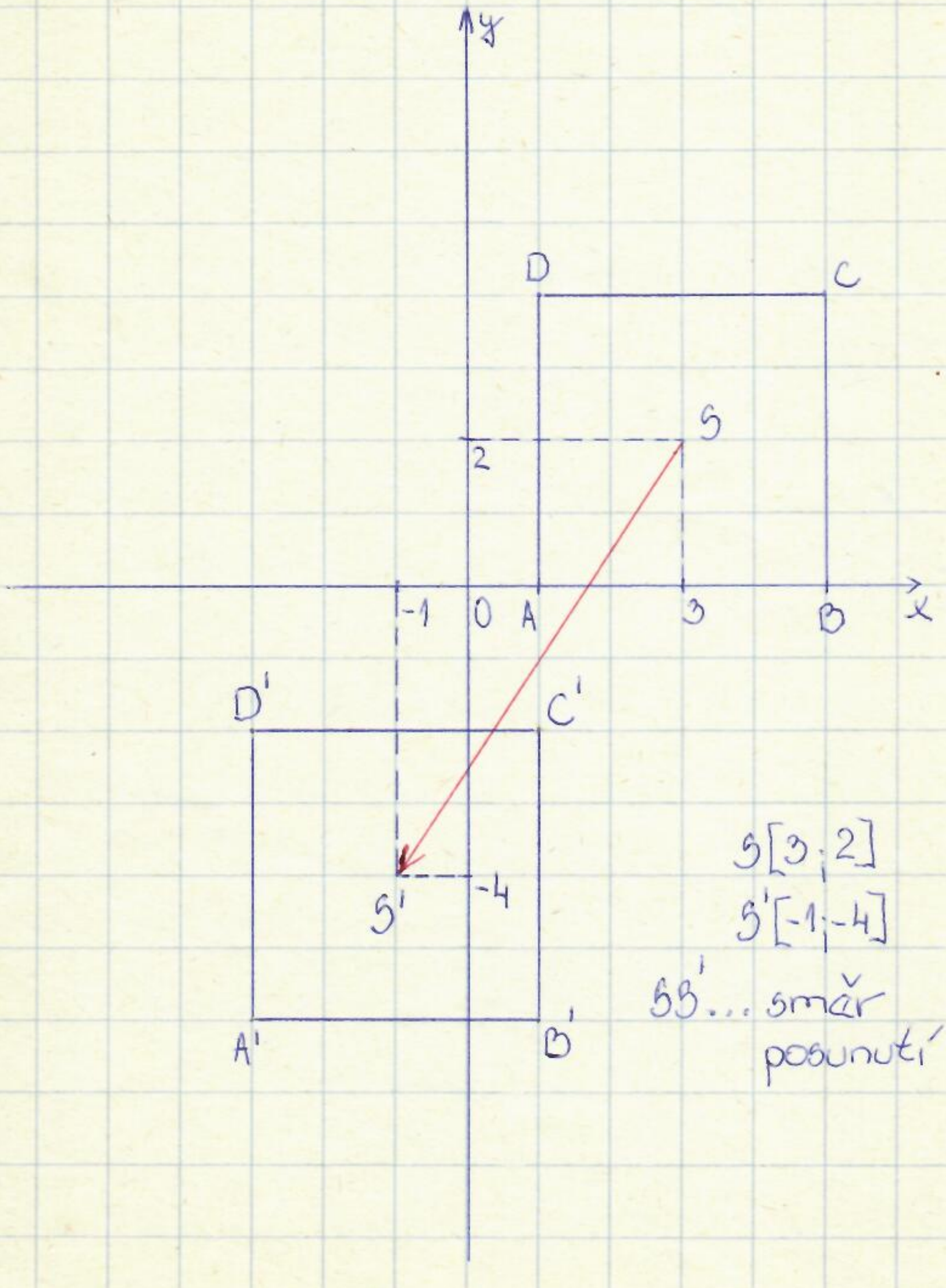
Sestrojíme úsečku AB.
Hledáme bod C.
Bod C leží:
a) na přímce $p \parallel AB$ ve vzdálenosti $v_c = 3cm$ od AB
b) na kružnici $k(S; r = t_c)$
S je střed strany AB.
$|AS| = |SB|$

4. Konstrukce



Oba trojúhelníky splňují zadání. Úloha má dvě řešení.

(10.) Posunutí (Translace)



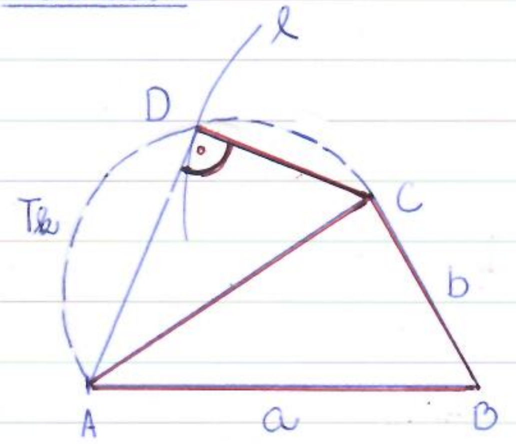
$S[3;2]$

$S'[-1;-4]$

SS' ... směr posunutí

11. **Čtyřúhelník ABCD** : $a = 7\,cm$, $b = 4{,}5\,cm$, $c = 2{,}5\,cm$, $|AC| = e = 6\,cm$, $|\sphericalangle ADC| = \delta = 90°$

1. **Náčrtek:**



3. **Zápis konstrukce:**

1. AB; $|AB| = 7\,cm$
2. C; $\triangle ABC$ (věta sss)
3. Tk; Tk s průměrem AC
4. k; $k(C; r = c)$
5. D; $D \in Tk \cap k$
6. čtyřúhelník $ABCD$

2. **Rozbor:**

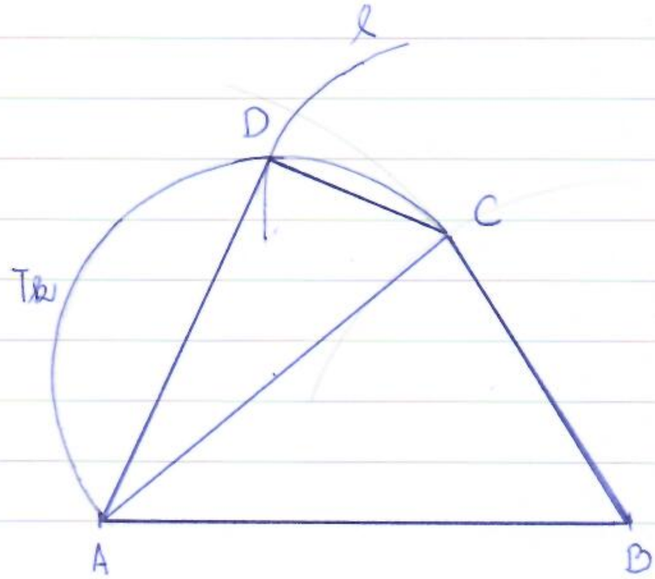
Sestrojíme úsečku AB.
Hledáme body C, D.
Bod C je vrcholem $\triangle ABC$
(věta sss) Platí trojúhelníková nerovnost.

Bod D leží
a) na Thaletově kružnici s průměrem AC
b) na kružnici $k(C; r = c)$

$D \in Tk \cap k$

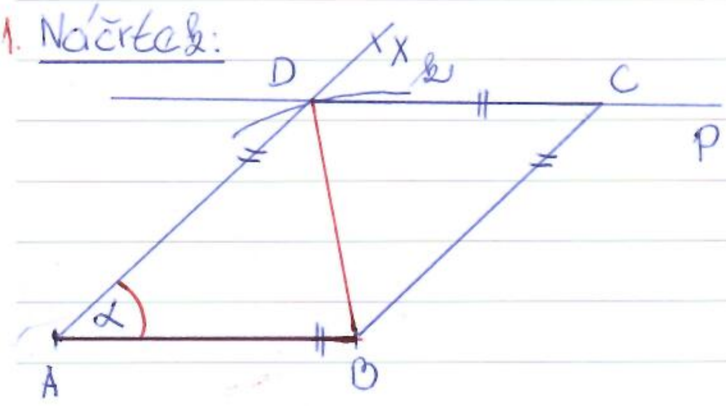
Úloha má jediné řešení.

4. **Konstrukce**



(12.) Rovnoběžník ABCD: $|AB| = 4\,cm$, $\alpha = 30^\circ$, $|BD| = 5\,cm$.

1. Náčrtek:



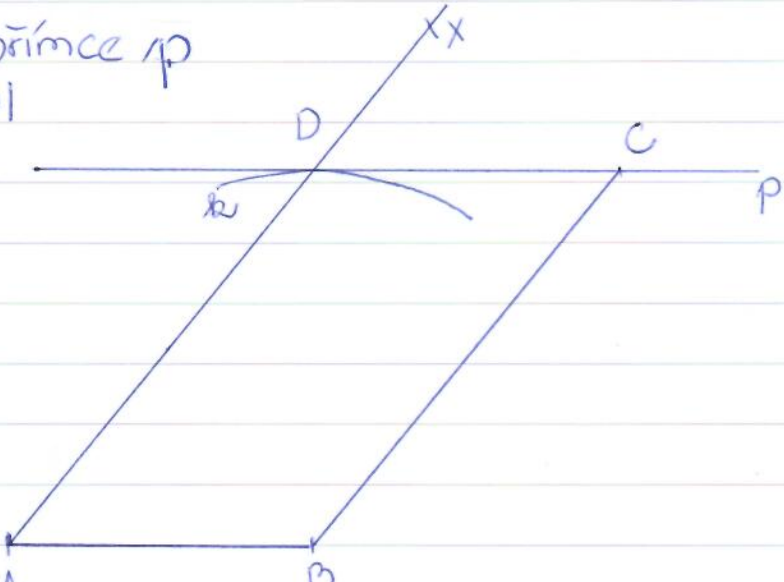
2. Rozbor:

Sestrojíme úsečku AB.
Hledáme body C, D.
Bod D leží na rameni úhlu α
$\alpha = 30^\circ = |\sphericalangle BAX|$ a na kružnici
$k(B;\ r = |BD|)$.
Bod C leží na přímce p
$p \parallel AB$, $|AB| = |CD|$

3. Zápis konstrukce:

1. AB; $|AB| = 4\,cm$
2. $\sphericalangle BAX$; $|\sphericalangle BAX| = \alpha$
3. k; $k(B;\ r = |BD|)$
4. D; $D \in k \cap \mapsto AX$
5. p; $p \parallel AB$, $D \in p$
6. C; $C \in p$; $|CD| = |AB|$
7. rovnoběžník ABCD

4. Konstrukce



Úloha má jediné řešení.

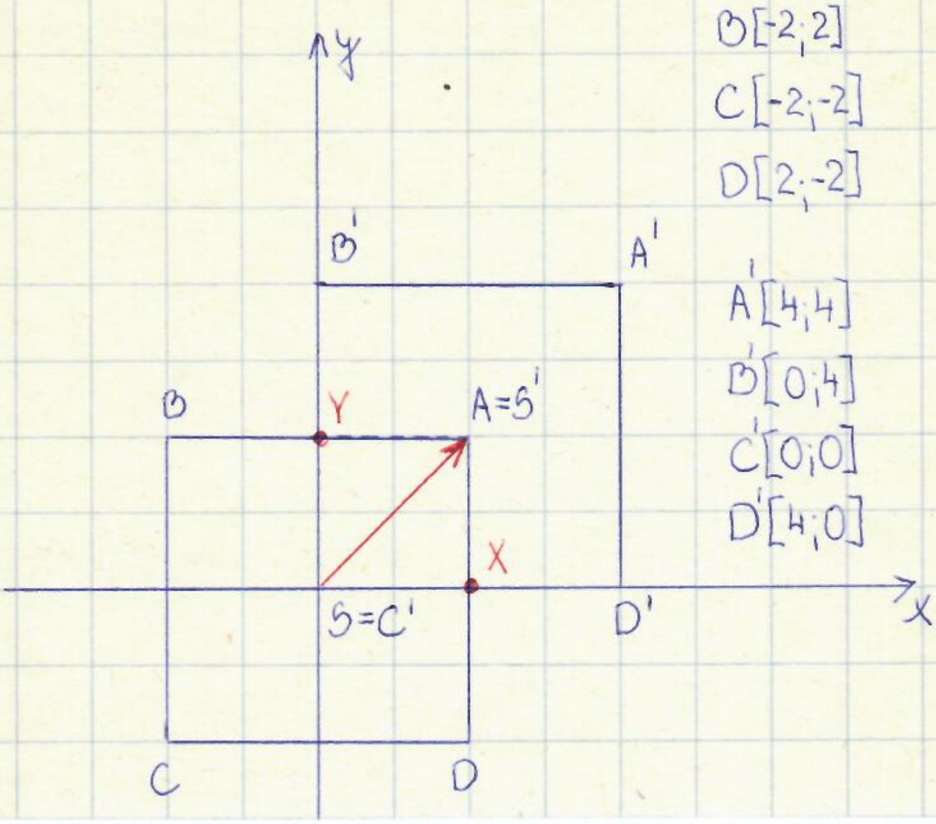
(13.) SA ... směr posunutí

$A[2;2]$

$B[-2;2]$

$C[-2;-2]$

$D[2;-2]$



$A'[4;4]$

$B'[0;4]$

$C'[0;0]$

$D'[4;0]$

$$o = |CD| + |DX| + |XD'| + |D'A'| + |A'B'| + |B'Y| + |YB| + |BC| =$$
$$= 4 + 2 + 2 + 4 + 4 + 2 + 2 + 4 =$$
$$= \underline{\underline{24\ cm}}$$

$$S = |CD|^2 + |C'D'|^2 - |SX|^2$$
$$S = 4^2 + 4^2 - 2^2$$
$$S = 16 + 16 - 4$$
$$\underline{\underline{S = 28\ cm^2}}$$

Obvod vzniklého obrazce je 24 cm.
Obsah vzniklého obrazce je 28 cm^2.

14. Podobnost

$\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$

$a : b : c = 2 : 5 : 4$
$a' : b' : c' = 2 : 5 : 4$

Označíme $a' = 2x$, $b' = 5x$, $c' = 4x$
Obvod $\triangle A'B'C' = 55$ cm, tzn. $o' = 55$ cm a platí

$$o' = a' + b' + c' = 2x + 5x + 4x = 11x$$

$$55 = 11x$$
$$\underline{\underline{x = 5}}$$

Zkouška:

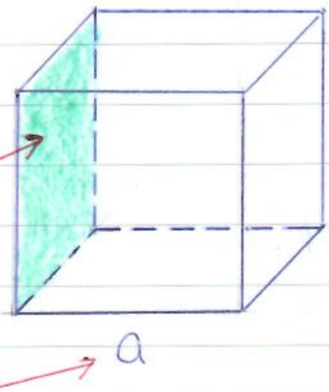
$a' = 2x = 2 \cdot 5 = 10$ cm
$b' = 5 \cdot x = 5 \cdot 5 = 25$ cm
$c' = 4x = 4 \cdot 5 = 20$ cm

$o' = a' + b' + c'$
$55 = 10 + 25 + 20$
$55 = 55$

Délky stran $\triangle A'B'C'$ jsou 10 cm, 25 cm a 20 cm.

TĚLESA

1. Krychle



Povrch krychle

$S = 6 \cdot a^2 = 216\,cm^2$

obsah jedné stěny

původní délka hrany krychle ... a cm

zmenšená délka hrany ... 0,8a cm

$a - 20\%\,a = a - 0{,}2a = a \cdot (1 - 0{,}2) = 0{,}8a$

$216 = 6 \cdot (0{,}8a)^2 \quad / : 6$

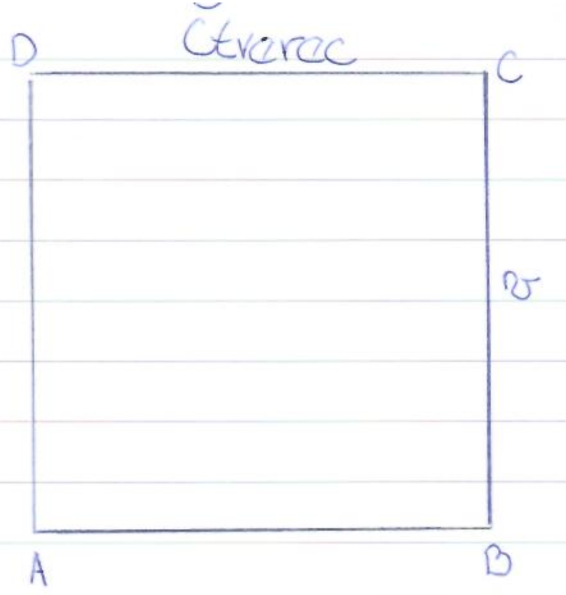
$36 = 0{,}8^2 \cdot a^2$

$a^2 = \frac{36}{0{,}8^2} \quad / \sqrt{\ }$

$a = \frac{6}{0{,}8} = \frac{60}{8} = \frac{15}{2} = \underline{\underline{7{,}5\,cm}}$

Původní délka hrany krychle je 7,5 cm.

2. Rotační válec



Obsah pláště

S_{pl} = obvod podstavy $\cdot\, v$

$$0{,}81\,m^2 = \overbrace{2\pi r}^{=v} \cdot v$$

$$0{,}81\,m^2 = v^2 \quad |\sqrt{}$$

$$v = 0{,}9\,m$$

Víme, že platí $2\pi r = v$

$$r = \frac{v}{2\pi}$$

$$r = \frac{0{,}9}{2\pi}$$

$$r = \frac{0{,}45}{\pi} = 0{,}1432394 \doteq 0{,}14\,m.$$

$|AB|$ = obvod podstavy $= 2\pi r$

$|AB| = |BC| = v = 2\pi r$

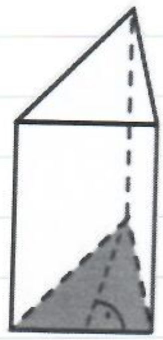
Výška válce je 0,9 m a poloměr podstavy je 0,14 m.

3. Pravidelný trojboký hranol

Objem hranolu

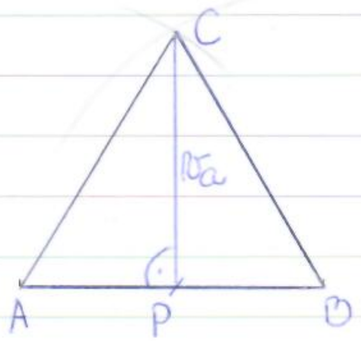
$V = S_p \cdot v$ nebo $V = \frac{m}{\rho}$

obsah podstavy — výška hranolu — hmotnost tělesa — hustota tělesa



$v = ?$ $\quad v = \frac{V}{S_p}$

Podstavou je rovnostranný △



$|AB| = a \qquad |PB| = \frac{a}{2}$

$S_p = S_\triangle = \frac{a \cdot v_a}{2}$

$v_a = ?$ △BCP je pravoúhlý

$v_a^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$v_a^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$

$v_a^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \quad |\sqrt{\ }$

$v_a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$

v_a

$S_p = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

pro $a = 2$ platí:

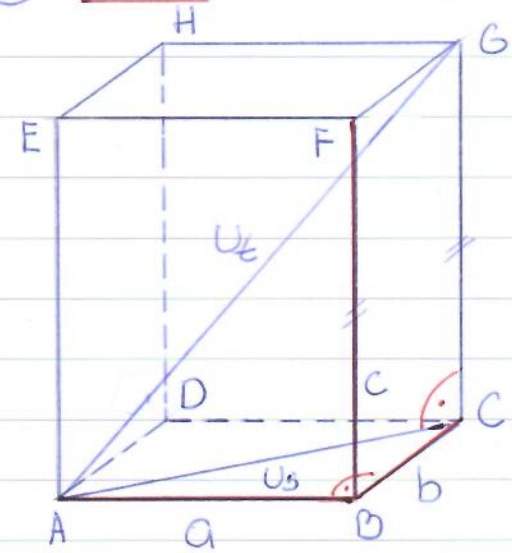
$S_p = \frac{\sqrt{3} \cdot \cancel{2^2}}{\cancel{4}} = \sqrt{3}\ cm^2$

$V = \frac{m}{\rho} = \frac{129{,}9}{2{,}5} = \underline{51{,}96\ cm^3}$

$v = \frac{V}{S_p} = \frac{51{,}96}{\sqrt{3}} = \frac{51{,}96}{1{,}7320508} \doteq \underline{\underline{30\ cm}}$

Výška skleněného hranolu je přibližně 30 cm.

④ Kvádr



AC... stěnová úhlopříčka u_s
AG... tělesová úhlopříčka u_t

$\triangle ACG$ je pravoúhlý

$u_t^2 = u_s^2 + c^2$

u_s z $\triangle ABC$, který je pravoúhlý

$u_s^2 = a^2 + b^2$

$u_t^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$u_t^2 = 5^2 + 6^2 + 10^2$

$u_t^2 = 25 + 36 + 100$

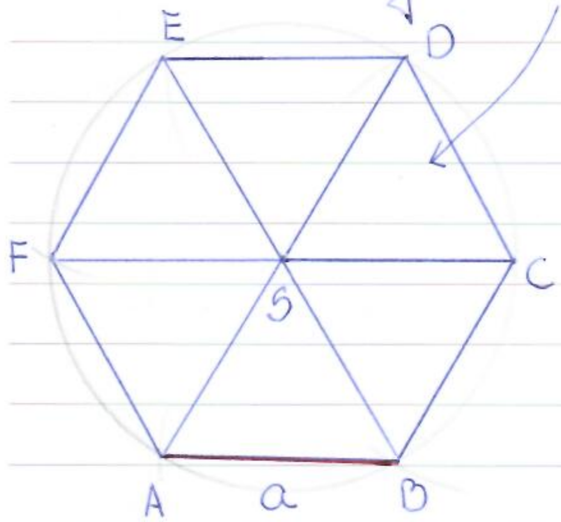
$u_t^2 = 161 \quad | \sqrt{\ }$

$u_t = 12{,}688578 \doteq 12{,}7 \text{ cm}$

Tělesová úhlopříčka kvádru má délku přibližně 12,7 cm.

5. Pravidelný šestiboký hranol

Podstavou je pravidelný šestiúhelník, který se skládá ze šesti shodných rovnostranných trojúhelníků.



Obsah jednoho trojúhelníku

$$S_\Delta = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 12^2$$

$$S_p = 6 \cdot S_\Delta = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 12^2$$

$$S_{pl} = 6 \cdot a \cdot v$$

$$S_{pl} = 6 \cdot 12 \cdot 15$$

$$v_a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \quad \text{(viz úloha 4)}$$

Na jeden obal potřebujeme

$$S = S_p + S_{pl} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 12^2 + 6 \cdot 12 \cdot 15 = 6 \cdot 12 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 12 + 15\right) =$$

$$= 72 \cdot \left(\sqrt{3} \cdot 3 + 15\right) = 72 \cdot 3 \cdot \left(\sqrt{3} + 5\right) = 216 \cdot 6{,}7320508 \doteq 1454\,cm^2$$

Na 500 obalů potřebujeme $500 \cdot S = 500 \cdot 1454 = 727\,000\,cm^2 =$

$$= 72{,}7\,m^2$$

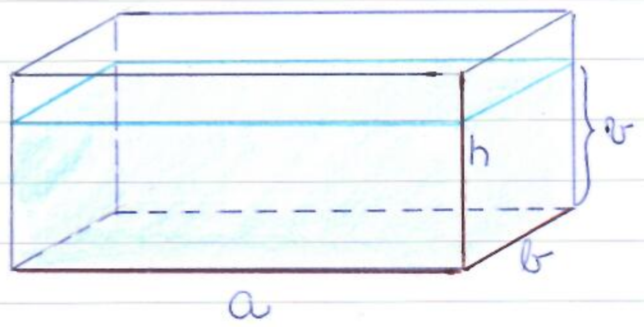
Na záhyby potřebujeme 10% z $72{,}7\,m^2 = 7{,}27\,m^2$

Celková potřeba kartonu

$$500 \cdot S + 10\% = 72{,}7 + 7{,}27 = 79{,}97\,m^2 \doteq 80\,m^2$$

Je potřeba $80\,m^2$ kartonu.

6. Kvádr



h .... hloubka bazénu
v .... výška hladiny vody

$v = h - 30cm = 2{,}5m - 30cm =$
$= 2{,}5m - 0{,}3m = 2{,}2m$

Objem vody v bazénu : $V = a \cdot b \cdot v = 12 \cdot 25 \cdot 2{,}2 = 300 \cdot 2{,}2 =$
$= 660 m^3 =$ 660 000 litrů

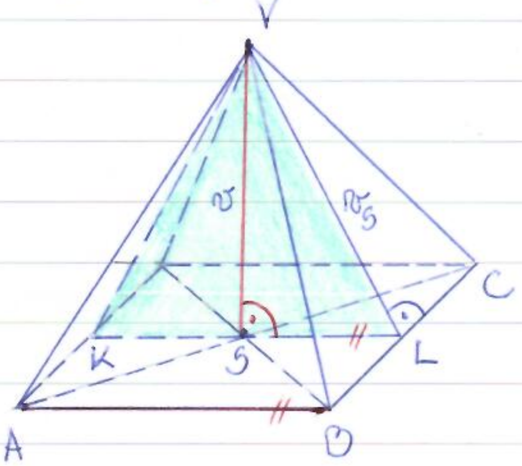
Prvním přívodem přiteče za 1 minutu 2,4 hl, tj. 240 l
Druhým —||— $6 \cdot 60$ l, tj. 360 l
Oběma přívody —||— $(240 + 360) = 600$ l

Doba napouštění v minutách je $6600\cancel{00} : 6\cancel{00} = 1100$.

1100 minut : 60 = 18 hodin 20 minut
1h = 60 minut

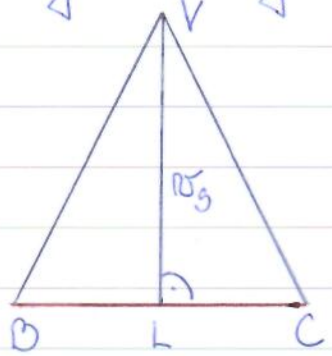
Bazén se naplní za 18 hodin 20 minut

7. Čtyřboký jehlan



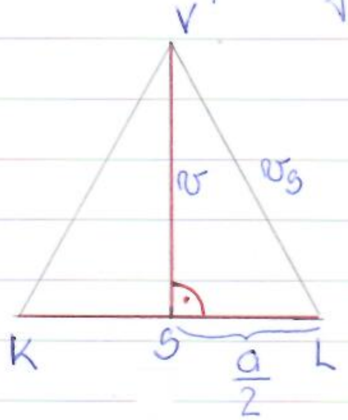
Povrch stanu $S = 4 \cdot S_\Delta$

S_Δ je obsah jedné stěny.



$$S_\Delta = \frac{a \cdot v_s}{2}$$

Výšku v_s vypočtame pomocí Pythagorovy věty z trojúhelníku, který je průřezem stanu



$$v_s^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 1{,}8^2 + \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 3{,}24 + 1 = 4{,}24$$

$$v_s = \sqrt{4{,}24} = 2{,}059126 \doteq 2{,}1\,m$$

$$S = 4 \cdot S_\Delta = 4 \cdot \frac{a \cdot v_s}{2} = 4 \cdot \frac{\cancel{2} \cdot 2{,}1}{\cancel{2}} = 4 \cdot 2{,}1 = 8{,}4\,m^2$$

$8{,}4\,m^2$ 100%

$x\,m^2$ 12%

přímá úměra

$$\frac{x}{8{,}4} = \frac{12}{100}$$

$$x = \frac{12 \cdot 8{,}4}{100} = \frac{3 \cdot 8{,}4}{25} = \frac{25{,}2}{25} = 1{,}008 \doteq 1\,m^2$$

Na ušití stanu potřebujeme přibližně $(8{,}4 + 1) = 9{,}4\,m^2$ plátna.

8. Válec

$m = V \cdot \rho \quad (\rho = 800\ kg \cdot m^{-3})$

seříznutí tvoří polovinu válce

$V = V_1 + V_2$

$V_1 = \pi r^2 \cdot v_1 \quad (v_1 = 60)$

$V_2 = \frac{1}{2} \pi r^2 \cdot v_2 \quad (v_2 = 20)$

$V_1 = \pi \cdot 20^2 \cdot 60$

$V_2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 20^2 \cdot 20$

$V = \pi \cdot 20^2 \cdot 60 + \frac{1}{2} \pi \cdot 20^2 \cdot 20$

$V = \pi \cdot 20^2 \cdot 60 + \pi \cdot 20^2 \cdot 10$

$V = \pi \cdot 20^2 \cdot 10 \cdot (6 + 1) = \pi \cdot 400 \cdot 70 = \pi \cdot 28\,000$

$V = 87964{,}594\ mm^3 = 87{,}964594\ cm^3 \doteq 88\ cm^3$

$V = 88\ cm^3 = \underline{\underline{0{,}088\ dm^3}}$

$\rho = \frac{800}{1} \frac{kg}{m^3} = \frac{800\,\cancel{000}\ g}{1\cancel{000}\ dm^3} = 800 \frac{g}{dm^3}$

$m = 0{,}088 \cdot 800\ g = 8{,}8 \cdot 8 = \underline{\underline{70{,}4\ g}}.$

Dřevěný špalíček má hmotnost 70,4 g.

9. Válec

Objem válce: V = obsah podstavy · výška

$V = \pi r^2 \cdot v \implies v = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$

$r = 0{,}5\,dm$

$V = 3\,dm^3 = 3\,l$

$v = \frac{3}{\pi \cdot 0{,}5^2} = \frac{3}{\pi \cdot 0{,}25}$

$v = \frac{3}{0{,}7853981}$

$v = 3{,}8197189$

$v \doteq 3{,}8\,dm.$

Výška hrnce je přibližně 3,8 dm.

PRÁCE S DATY

1. Prodejna Alfa: 300 zákazníků 100%

3 zákazníci 1%

x zákazníc 35%

$x = 35 \cdot 3 = 105$ zákazníc (žen)

Prodejna Beta: 200 zákazníků 100%

2 zákazníci 1%

y zákazníc 55%

$y = 55 \cdot 2 = 110$ zákazníc (žen)

Prodejna Gamma: 150 zákazníků 100%

0 zákazníc (žen)

Celkem žen: $x + y = 105 + 110 = \underline{\underline{215}}$

A)

(2.)

Vážený průměr

$$25 = \frac{2\cdot 19 + x\cdot 20 + 3\cdot 23 + 5\cdot 25 + 1\cdot 29 + 3\cdot 31 + 2\cdot 33}{2 + x + 3 + 5 + 1 + 3 + 2}$$

$$25 = \frac{38 + 20x + 69 + 125 + 29 + 93 + 66}{16 + x}$$

$$25\cdot(16+x) = 420 + 20x$$

$$400 + 25x = 420 + 20x \quad | -20x - 400$$

$$5x = 20$$

$$\underline{\underline{x = 4}}$$

Čtyřem pracovníkům firmy je 20 let. D)

(3.) Rok 2007

Celkový počet soutěžních prací je 125 (viz první graf)

↑ 125 prací ...... 100% ↑

x prací bez chyb.... 8% (viz druhý graf)

$$\frac{x}{125} = \frac{8}{100}$$

$$x\cdot 100 = 8\cdot 125$$

$$x = \frac{8\cdot 125}{100}$$

$$x = \frac{2\cdot 125}{25}$$

B)

$$x = 2\cdot 5$$

$$\underline{\underline{x = 10}}$$

V roce 2007 bylo 10 prací bez pravopisných chyb.

④

$$\text{průměrná teplota} = \frac{2° + 0° + 1° + 1° + 0° - 1° + 0° - 2° + 1° - 1° + 0° + 2°}{12} =$$

$$= \frac{3°}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25\,°C$$

Průměrná teplota v těchto dvanácti měřeních je 0,25°C.

C)

⑤ Počet všech žáků je = 16 + 12 + 6 + 8 + 18 = 60 žáků

12 žáků ze 60 žáků má nejoblíbenější modrou barvu což je $\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$ ze 100% $= \frac{100}{5} = 20\%$

nebo ↑ 60 žáků ...... 100% ↑
12 žáků ...... x %

$$\frac{12}{60} = \frac{x}{100}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{x}{100}$$

$$\frac{100}{5} = x$$

$$x = 20\%$$

C)

Modrou barvu má nejraději 20% žáků.

6. EUR : 300 + 150 + 300 + 200 + 350 = 1300

GBP : 150 + 200 + 200 + 200 + 500 = 1250

CHF : 350 + 300 + 100 + 200 + 400 = 1350

USD : 300 + 200 + 100 + 200 + 400 = 1300

c)